Lógica difusa en ingeniería civil. Parte 1

Introducción. Elementos sobre conjuntos difusos y lógica difusa. Modelo simplificado con técnicas de lógica difusa.

Introducción

Referencia

Timothy J. Ross (University of New Mexico, USA). *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. McGraw-Hill, Inc. International Edition. 1995.

La complejidad del mundo real generalmente surge desde la incertidumbre y se manifiesta en términos ambiguos. El hombre enfrenta esta complejidad y ambigüedad en una diversidad de campos en lo social, económico, y técnico. Lo hace en base a su capacidad de razonar aun cuando no cuente con una descripción completa de cada situación y sólo disponga de una compresión genérica. Afortunadamente esta generalidad y ambigüedad son suficientes para avanzar en la comprensión humana de los sistemas complejos. En la medida que el aprendizaje aumenta, la complejidad decrece y se incrementa la comprensión. La Figura 1 ilustra esta variación entre la complejidad del sistema y la precisión del modelo que lo representa.

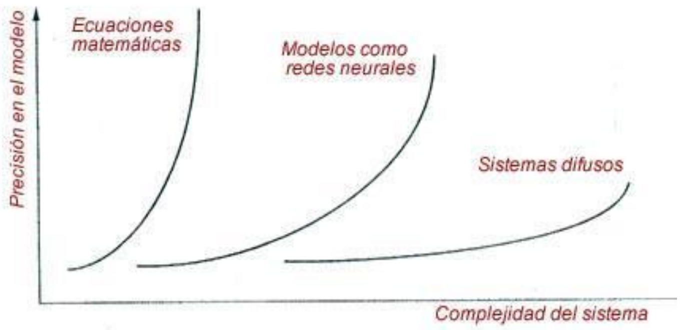


Figura 1. Complejidad de un sistema y precisión del modelo

Así, para sistemas poco complejos es posible tener una representación matemática con una descripción precisa. Para sistemas más complejos pero con datos significativos, un modelo como el de redes neurales artificiales ayuda a reducir algunas incertidumbres. Y para modelos más complejos con escasa información numérica, con información ambigua o imprecisa, un razonamiento difuso ayuda a comprender el comportamiento del sistema (capacidad muy limitada para los otros modelos).

Figura 2. Formas de incertidumbre en el mundo de la información

Pero esta situación evidencia su importancia cuando se toma en cuenta la distribución de la información y su certeza especialmente en el campo de ingeniería. En su mayor proporción, los sistemas adoptados incorporan muchos supuestos, lo que en estricto sentido contribuye a la representación de la Figura 2: sólo una pequeña proporción puede considerarse como firmemente cierta. La información incierta puede tomar varias formas: aquella que puede organizarse en forma aleatoria, y en su mayor parte, la que se evidencia en forma imprecisa, vaga, y posible de trabajar en términos difusos.

Elementos sobre conjuntos difusos y lógica difusa

Presentación

Cuando no es posible valorar con precisión un conjunto de variables o situaciones, será posible recurrir a la teoría de conjuntos difusos y su correspondiente lógica difusa. ¿Cómo puede calificar la situación de un puente o de un tramo de carretera: muy buena, buena, regular, mala? ¿O el riesgo de una edificación frente a un sismo: muy alto, alto, mediano, bajo? Todas estas son calificaciones de desempeño, expresadas en términos lingüísticos, las cuales son posibles de estudiar con el uso de la teoría de lógica difusa. En ésta, el tránsito entre una calificación a otra (entre alto y mediano, por ejemplo) es gradual, no es drástico.

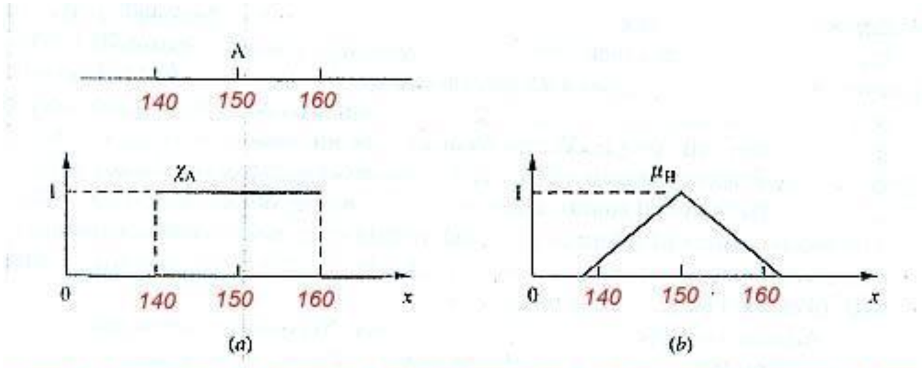


Figura 3. Funciones de pertenencia para un conjunto definido y para un conjunto difuso

Esencialmente, el marco de los conjuntos difusos proporciona una manera natural de tratar con problemas en los cuales la fuente de imprecisión es la ausencia de precisión que defina el nivel de pertenencia de sus componentes.

Considérese el caso de la resistencia a la compresión de una probeta de concreto en donde se busca 150 kg/cm^2. La exactitud o imprecisión proviene del dispositivo de medición. Si el valor es mayor a 150, la resistencia se considera *alta*. ¿Cuál es la ambigüedad de la calificación del resultado? ¿Qué implica la diferencia entre 149.5 y 150.5: el primero es bajo y el segundo es alto? Una solución es tener una calificación de un *rango definido* de valores aceptables, por ejemplo entre 140 y 160 (Figura 3a). En lógica difusa se extiende esta calificación, al agregarle *grados de pertenencia* en un intervalo continuo [0,1] donde los extremos 0 y 1 definen la no pertenencia y la pertenencia total, respectivamente (Figura 3b), pero a diferencia del rango definido, hay un número infinito de valores entre los extremos conformando un conjunto de elementos *x* en el universo *X*. El conjunto en el universo *X* que comprende los grados de pertenencia, es denominado un *conjunto difuso*.

La función que describe el grado de pertenencia, como en el caso de la Figura 3b, recibe el nombre de *función de pertenencia*. Como en esta figura, puede elegirse que: (i) $\mu_H(150)=1$, y (ii) crecer monotónicamente en la medida que se acerca a este valor en un rango equidistante.

La función de pertenencia conduce a una representación matemática de integrantes de un cierto conjunto *A*, tal que

$$\mu_A(x) \in [0,1]$$

Donde *x* es un elemento del conjunto difuso *A*. Y $\mu_A(x)$ es el grado en el cual *x* pertenece a *A*.

Conjuntos difusos

- **Características generales de la función de pertenencia**

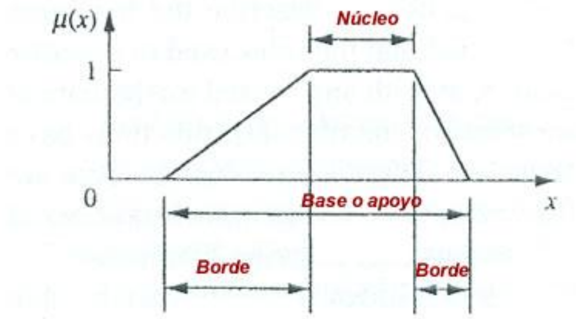


Figura 4. Partes tipicas de una función de pertenencia

Las partes típicas de una función de pertenencia se muestran en la Figura 4. El rango denominado *núcleo* tiene plena pertenencia (los elementos *x aquí* tienen una función de pertenencia igual a 1).

En las zonas de *borde* los valores son distintos de cero pero inferiores a uno (el grado de pertenencia es menor a uno). Mientras que la *base* o *apoyo* es el rango de *x* con valores diferentes de cero.

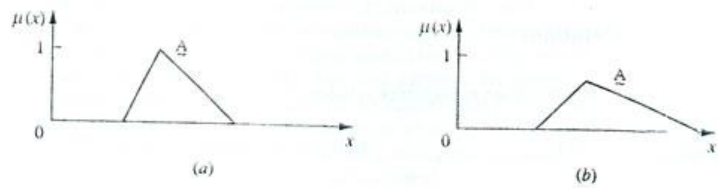


Figura 5. Conjunto difuso normal (a) y subnormal (b)

También se identifica un conjunto difuso normal (Figura 5a) en caso de cuando menos un punto tiene una función de pertenencia igual a 1. Si no llega a 1, se le denomina subnormal.

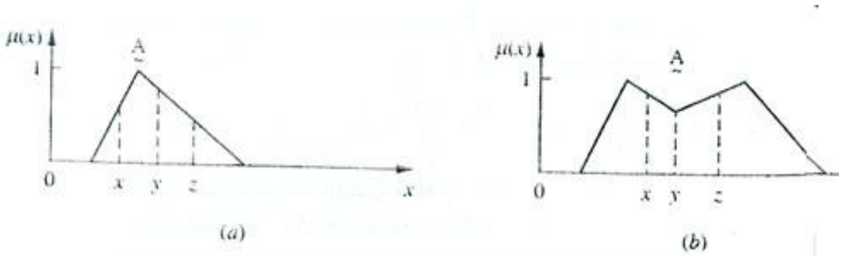


Figura 6. Ejemplos de conjuntos convexo y no convexo

También se pueden distinguir (Figura 6) un conjunto normal convexo y otro conjunto normal no convexo. Lo usual, en general, es que las funciones de pertenencia sean normales y convexas.

♦ **Función de pertenencia**

Entonces, el aspecto clave en los conjuntos difusos es la *función de pertenencia*, $\mu(x)$ la cual varía de valor en el intervalo [0,1][1]. El valor de 1 corresponde a la máxima pertenencia.

Se dice entonces que un conjunto difuso A está integrado por componentes *x* tales que.

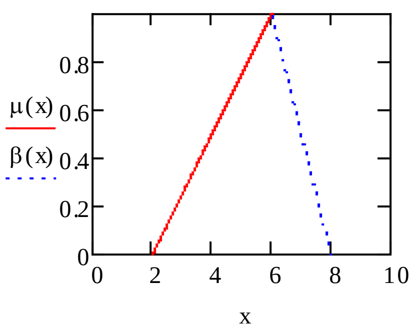
$$A = \{x, \mu_A(x) \mid x \in X\}$$

Hay diversas expresiones que se utilizan como función de pertenencia, aquí algunas.

Función triangular

$$\mu(x) := \left(\frac{1}{4}\right)x - \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\beta(x) := 4 - \left(\frac{1}{2}\right)x$$

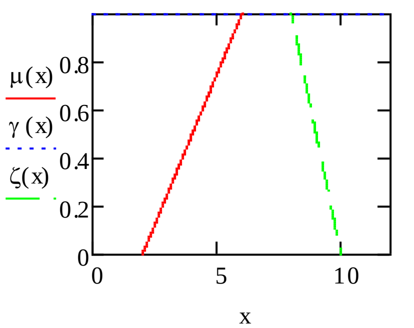


Función trapezoidal

$$\mu(x) := \left(\frac{1}{4}\right)x - \left(\frac{1}{2}\right)$$

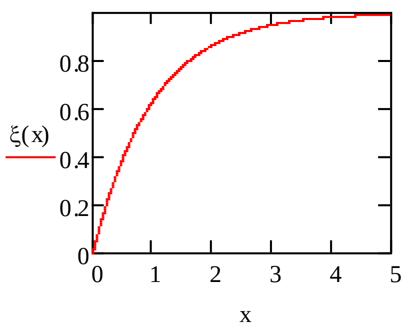
$$\gamma(x) := 1$$

$$\zeta(x) := 5 - \left(\frac{x}{2}\right)$$



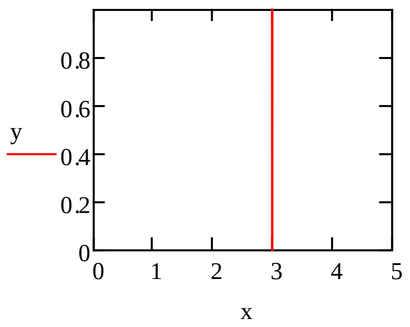
Función exponencial

$$\xi(x) := 1 - e^{-x}$$



[1] A diferencia del conjunto clásico, en donde las opciones son dos {0,1}.

Función Singlenton

x := 3	

- **Componentes del conjunto difuso**

De acuerdo a la expresión utilizada para el conjunto difuso A, se requiere de dos componentes:

- Uno que exprese el grado de pertenencia al conjunto, con valor entre [0,1].
- El valor propiamente dicho de *x*.

Por ejemplo, para el universo $U = 2{,}4{,}6{,}8{,}10{,}12$ los siguientes conjuntos son difusos.

POCOS={(0.8/2),(0.4/6),(0.7/10),(0.1/12)}

REGULAR={(0.2/6),(0.5/8),(0.8/10)}

MUCHOS={(0.8/4),(0.5/5),(0.3/7),(0.2/11)}

Obsérvese que a diferencia de los conjuntos clásicos, algunos elementos pueden pertenecer a diferentes conjuntos difusos.

Tómese en cuenta además, que el hecho de pertenecer al mismo universo, no significa que deban obedecer a la misma función de pertenencia. Cada conjunto difuso puede tener la propia.

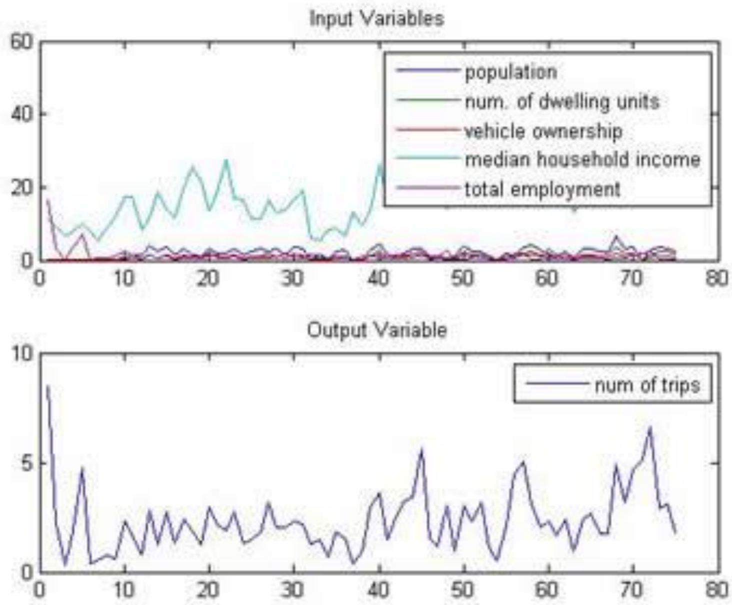
Modelo simplificado con técnicas de lógica difusa

El sistema se plantea en tres bloques asociados también a los procesos para usar las técnicas de lógica difusa. Son los bloques de difusión, de inferencia y de desdifusión.

Es importante saber de las entradas y salidas del sistema. Las primeras están conformadas por las variables que son tomadas en cuenta en la representación que pretende el sistema. La salida es un resultado en concreto.

Las variables de entrada provienen de un proceso de selección que implica conocer el contexto del problema que se aborda. Como ilustración, en el módulo de MATLAB que trata sobre lógica difusa, hay un ejemplo de demostración que considera las siguientes entradas y la salida. Da una buena idea sobre los propósitos del sistema.

- Como entrada, se establecen los factores que influyen en el transporte en un espacio urbano determinado: población, ingresos, número de vehículos, viviendas, empleo.
- Como salida, se busca el tráfico vehicular en términos del número de viajes en el espacio urbano en cuestión.



Bloque difusor

El ingreso al bloque difusor está constituido por los datos de las variables de interés para el estudio. La salida es un conjunto difuso conformado por los grados de pertenencia de las variables de entrada a cada uno de los conjuntos difusos considerados. El proceso implica conocer o asumir las respectivas funciones de pertenencia.

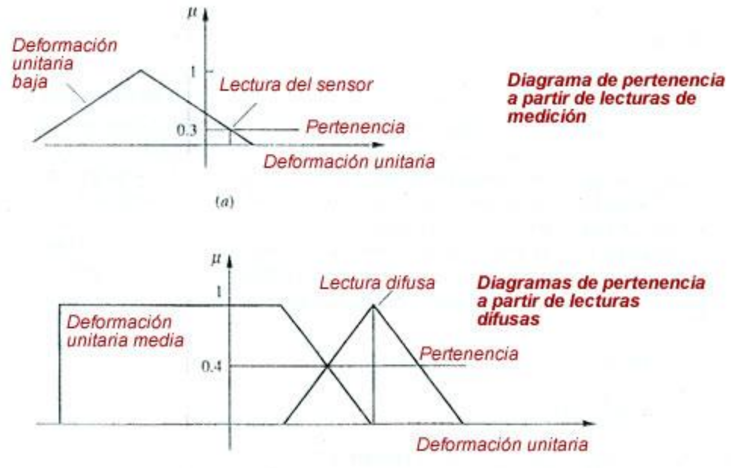


Figura 7. Diagramas de pertenencia a partir de mediciones

Hay diferentes formas de pasar los datos de entrada, aunque sean medidos con equipos, a la forma de conjuntos difusos. Por ejemplo.

- Considerando la propia variación de precisión de los equipos de medición (generalmente presentada en un rango porcentual).
- A partir de las mediciones (como en el caso de la Figura 7a) en que se considera un rango para la variable, y un valor medio (definiendo así valores bajos y valores altos.
- Desde mediciones con lectura difusa y la correspondiente construcción de diagramas de pertenencia, como se ilustra en la Figura 7b).

Las técnicas difusas reconocen otros métodos para el pase a conjuntos difusos, desde la intuición como el más simple, a otros más elaborados como el de redes neurales, algoritmos genéticos o estadística difusa.

Bloque de inferencia

Inferir es sacar una conclusión o deducir algo de otra cosa. El concepto está relacionado con el de ***implicación***, entendido como repercusión o consecuencia de algo. En términos proposicionales se escribe $p \rightarrow q$ para indicar que el cumplimiento de una proposición tiene como consecuencia el cumplimiento de la otra. Se expresa en la forma *SI… ENTONCES*. Esta es la labor del bloque de inferencia.

En este caso se trata de proposiciones difusas, que expresan ***reglas difusas*** tan simples como

$$SI\ u\ es\ A\ ENTONCES\ v\ es\ B$$

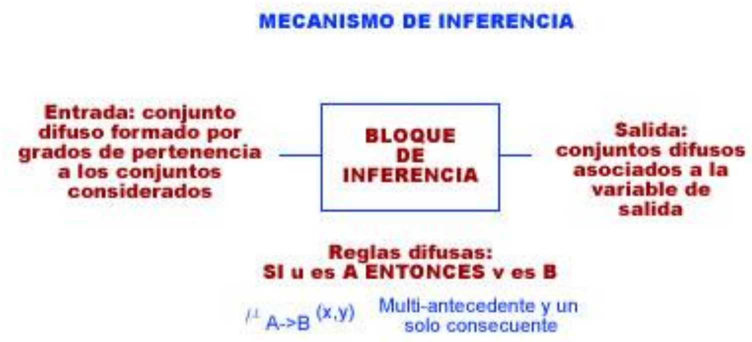
En el cual A y B son conjuntos difusos. Donde $u \in U$ y $v \in V$.

O puede ser con múltiples antecedentes y un solo consecuente.

$SI\ u_1\ es\ A_1\ y\ u_2\ es\ A_2\ y\ u_3\ es\ A_3\ y\ \ldots\ u_p\ es\ A_p\ ENTONCES\ v\ es\ B$

Esta implicancia da como resultado una nueva función de pertenencia del tipo

$\mu_{A \to B}(x, y)$ Donde $x = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_p)$



En la ***regla difusa*** de múltiples antecedentes, el operador lógico "*y*" se puede traducir por el operador *mínimo* o *min*, de la forma

$$\min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \ldots, \mu_{A_p}(x_p)\}$$

O por el operador *producto* o *prod*, de la forma

$$\mathrm{prod}\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \ldots, \mu_{A_p}(x_p)\}$$

Lo que se obtiene es un escalar que se conoce como el ***resultado de los múltiples antecedentes***. Se le identifica como $\mu_{A_x}(x)$.

ENTONCES según está contenido en la regla difusa, es un conectivo lógico de implicación entre los antecedentes y el consecuente. También se puede expresar con ayuda de un operador *mínimo*, de la forma.

$$\min\{\mu_{A_x}(x), \mu_B(y)\}$$

O por el operador *producto*, como

$$\mathrm{prod}\{\mu_{A_x}(x), \mu_B(y)\}$$

Si se trata de varios conjuntos B, para cada uno de los cuales hay una función de pertenencia así corregida, puede efectuarse una ***agregación lógica*** a través de un operador *máximo*, como

$$\max\{\mu_{B_1}(y), \mu_{B_2}(y), \ldots, \mu_{B_p}(y)\}$$

O por el operador *suma*, como

$$\mathrm{sum}\{\mu_{B_1}(y), \mu_{B_2}(y), \ldots, \mu_{B_p}(y)\}$$

El resultado o ***salida del bloque de inferencia*** es $\mu_B(y)$.

Bloque de desdifusión

La salida del bloque de inferencia sigue siendo un conjunto difuso, aunque directamente relacionado con la variable o variables que interesan como salida del sistema total. Esta salida, sin embargo, debe expresarse en resultados concretos. El proceso para ello se llama de ***desdifusión***. Existen varios métodos alternativos para ello.

Entre estos métodos de desdifusión pueden considerarse los siguientes.

- **Corte α**

Es propiamente una reducción en el total de valores a un conjunto del tipo

$$B_\alpha = \{y \mid \mu_B(y) \leq \alpha\}$$

- **Valor máximo**

Cuando el conjunto tiene un solo valor como máximo, se le selecciona en la forma

$$y_0(B) = \arg max\, \{\mu_B(y) \mid y \in Y\}$$

Si hay varios valores máximos, hay que adoptar criterios adicionales, como valores promedios o más cercanos al centro.

- **Centroide**

Corresponde al centro de gravedad que se calcula con sumatorias o con una expresión del tipo

$$\overline{y} = \frac{\int y\, \mu_B(y)\mathrm{dy}}{\int \mu_B(y)\mathrm{dy}}$$

Aplicaciones en Ingeniería Civil

En donde haya información de entrada difusa y la necesidad de una salida concreta, es posible considerar la aplicación de las técnicas de lógica difusa. Aquí, algunas ideas.

- Sistemas de mantenimiento (en infraestructura física en general, incluyendo puentes, carreteras, estructuras metálicas). Asociados a sistemas de fallas o deterioro.
- Sistemas de control (decisiones para regulación, por ejemplo en tráfico, depósitos de agua, compuertas).
- Cálculos con entradas difusas (cargas en vías y puentes, solicitaciones sísmicas, estabilidad de taludes).
- Medidas de productividad en construcción.

- Disponibilidades de recursos (por ejemplo, en niveles de escorrentía en cuencas).
- Aceptación de deformaciones o inseguridades.
- Calificaciones de personal.
- Completar información incompleta, como en cartografía.
- Conformidad de soluciones.